引文格式:张勇刚,王正涛.使用元胞自动机动态重构核幔边界小尺度地形[J].武汉大学学报(信息科学版),2026,51(2):336-344.DOI:10.13203/j.whugis20240044

Citation:ZHANG Yonggang,WANG Zhengtao.Dynamic Evolution on a Small-Scale Topography of the Core-Mantle Boundary Based on Cellular Automata[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2026,51(2):336-344.DOI:10.13203/j.whugis20240044

使用元胞自动机动态重构核幔边界小尺度地形

张勇刚[1] 王正涛[1]

1 武汉大学测绘学院,湖北 武汉,430079

摘 要:使用元胞自动机重构核幔边界(core-mantle boundary,CMB)处的饱和流体层厚度与地形粗糙度,旨在为研究CMB地形提供小尺度信息。根据CMB的物理性质,模型演化的动力学过程被抽象为一组时间独立性的平稳随机过程。在模型二维网格中,元胞尺寸与地幔颗粒统一,并处于地幔硅酸盐氧化物、轻质元素饱和的核心流体和不饱和核心流体3种状态之一。不同元胞状态的转变通过表征核幔边界处溶解、结晶和扩散物理过程的速率参数控制。模型演化至稳态后,CMB在元胞单元的尺寸上产生了小尺度地形变化,几十厘米厚的饱和流体层出现在CMB的分界处。研究表明,随着液态外核中饱和轻质元素质量分数与实际轻质元素质量分数的差值增大,溶解和结晶的动力学过程变快,饱和流体边界层的厚度逐渐增加,并且随时间变化的振荡更加明显;上边界和下边界的粗糙度也有相似的特征,随着饱和轻质元素质量分数与实际轻质元素质量分数的差值增大,上、下边界的粗糙度增大且随时间变化的振荡更明显,反之,两者更接近时,上、下边界的粗糙度具有较小且较稳定的数值。

关键词:地球物理学;元胞自动机;CMB;地形

中图分类号:P223 **文献标识码**:A **收稿日期**:2024-11-05

DOI:10.13203/j.whugis20240044 **文章编号**:1671-8860(2026)02-0336-09

Dynamic Evolution on a Small-Scale Topography of the Core-Mantle Boundary Based on Cellular Automata

ZHANG Yonggang[1] *WANG Zhengtao*[1]

1 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

Abstract: **Objectives**: We use a cellular automaton model to simulate the thickness of the saturated fluid layer and the roughness of the core mantle boundary (CMB), aiming to provide small-scale information for studying the undulations of the CMB. **Methods**: The dynamic process of model evolution is abstracted as a set of stationary stochastic processes without memory based on the physical properties of the CMB. In the two-dimensional grid of the model, the cell size is consistent with the mantle particles and is in one of three states: Mantle solid, saturated core fluid with light elements, and unsaturated core fluid with light elements. The transition of different cellular states is controlled by rate parameters that characterize the physical processes of dissolution, crystallization, and diffusion at the nuclear mantle boundary. **Results**: After the model evolved to a steady state, small-scale topographic changes occurred at the size of the cell units at the core mantle boundary, with a saturated fluid layer several tens of centimeters thick appearing at the boundary between the core and mantle boundaries. **Conclusions**: Research has shown that as the difference between the mass fraction of saturated light elements in the liquid outer core and the actual mass fraction of light elements increases, the dynamic processes of dissolution and crystallization become faster, and the thickness of the saturated fluid boundary layer gradually increases, with more pronounced oscillations over time. The roughness of the upper and lower boundaries also has similar characteristics. As the difference be-

基金项目:国家自然科学基金(42274003,41974007,41774019)。

第一作者:张勇刚,博士,主要从事大地测量学研究。zhangyonggang20@whu.edu.cn

通信作者:王正涛,博士,教授。ztwang@whu.edu.cn

tween the mass fraction of saturated light elements in the liquid outer core and the actual mass fraction of light elements increases, the roughness of the upper and lower boundaries increases and oscillates more significantly over time. Conversely, when the two are closer, the roughness of the upper and lower boundaries has a smaller and more stable value. The experimental results are consistent with the simulation calculation results of relevant scholars, which provide new experimental ideas for studying small-scale information of the core-mantle boundary and simulating its dynamic evolution process.

Key words: geodesy; cellular automata; CMB; topography

地幔和地核在物理和化学性质上有着极大的差异。地幔为岩石,主要由结晶硅酸盐钙钛矿和镁方铁矿组成,在核幔边界(core-mantle boundary,CMB)附近密度为5 600 kg/m^3;而地核由低黏度的致密熔融铁合金组成,密度约为10 000 kg/m^3。因此,CMB是一个密度和成分差异极大的区域。同时,CMB也是地球液态外核与下地幔之间产生物理、化学相互作用的所在地,高温液态外核腐蚀上覆地幔,溶解边界层的硅酸盐和氧化物晶体,并通过毛细管作用向上渗透到下地幔中,逐渐重塑CMB的小尺度地形变化。

目前,已有国内外学者针对CMB处的地形起伏、演化过程以及物理性质参数进行有关研究。文献[1]推导了通过大地水准面异常反演CMB起伏的公式,并利用2~4阶的大地水准面异常数据计算了大尺度的CMB起伏形态,计算结果显示CMB大尺度起伏的径向幅度达±5 km,与文献[2]的地震层析成像结果幅值接近,但形态略有差异。文献[3]利用较新的地震S波层析模型SEMUCB_WM1和S40RTS进行瞬态地幔对流在三维球坐标下的数值模拟,计算得到全球大尺度CMB的地形起伏,并探测出太平洋地区和非洲南部地区的CMB隆升以及环绕区域的CMB凹陷[3]。文献[4]利用大地测量技术探测地球液态外核的动力学效应,获得了液核顶部的黏滞系数和液核的真实动力学椭率。文献[5]采用基于量子力学理论的第一性原理方法和机器学习技术,实现了硅酸盐熔体和液态铁的超大体系两相分子动力学模拟,获得了CMB条件下的两相平衡数据,为超深岩浆洋中的核幔分异过程提供了重要约束。文献[6]的地震学工作揭示了地核和地幔之间边界层的结构,其研究成果为后续在地震学实验、理论和计算地球物理方面的研究提供了关键的理论基础。文献[7]研究了液态金属传输特性(粘度和扩散率)的有关系数与绝对熔融温度的联系,并研究了压力对于液态金属粘度和扩散率的影响,研究结果表明,对于给定金属,在熔融温度下的粘度和扩散率是常数,并且地核内部边界附近的流体液核粘度接近于该环境压力下的液态铁粘度。文献[8]模拟了CMB处高温高压的环境下,钙钛矿(主要含量是(Mg, Fe)SiO_3)与液态铁发生的化学反应,发现类似的化学反应过程也发生在CMB。文献[9]根据实验室模拟实验与理论数据模型,研究了液态铁从外核渗透进下地幔的穿透深度,并结合地幔物质的颗粒尺度,定量估计出渗透层的厚度约为1~100 m,研究发现,CMB处导电核心流体超过100 km,流体液核的渗透影响对于有效电导率而言几乎没有变化,对于地磁场长期变化的扰动也可以忽略不计。目前,针对CMB小尺度起伏特征的直接测量方法主要是通过探测地震高频散射波来表征地球深处的精细结构,文献[10]通过叠加1990—2013年记录的约16 000个高质量PKKP波形全球数据集,再现了文献[11]的观测结果,并使用蒙特卡罗地震粒子方法对观测结果进行正演模拟[12-13]。文献[14-15]则使用一种在计算机以及其他领域成功应用的元胞自动机演化模型来模拟CMB的小尺度地形,研究结果显示,通过设置合理的模型参数值,几十厘米厚度的饱和流体渗透层出现在CMB上,并最终出现波长为几十米量级的地形起伏。

本文综合使用国内外学者针对CMB计算得到的物理参数,采用元胞自动机模型模拟演化CMB处的小尺度地形粗糙度,针对CMB的溶解、结晶与扩散演化过程进行定量的物理建模,设置3种实验条件,分别计算出CMB饱和流体层随时间变化的特征性质,并对实验结果进行对比分析。实验结果发现,CMB在演化过程中分化出饱和流体的边界层,并达到动态平衡的状态,其模型相较于已有的研究成果存在自反馈调节,符合自然界广泛存在的负反馈机制,可以保持边界层的动态稳定性。

1　模型与方法

为了保持CMB处致密液体结晶薄片的重量

与熔融铁和结晶体之间的界面张力平衡,其液态外核渗透腐蚀下地幔的厚度不能超过几米[15]。在这种尺度规模上,被外核流体包覆的结晶地幔颗粒会逐渐发生松动,漂浮在核心流顶部,并继续溶解在核心流体中。由于地幔矿物(主要是氧和硅)中轻质元素在外核流体中不饱和,经过溶解过程,核心流体转化为富含轻质元素的饱和流体,同时,轻质元素也可以从饱和流体向不饱和的流体扩散。富含轻质元素的饱和流体相较于大部分不饱和的核心流体密度较轻,并倾向于往CMB处附近的地核上层浮动。CMB处的小尺度地形粗糙度可归纳为如下物理过程:地幔晶体松动并溶解在流体中,经过扩散作用转移至其他位置后,晶体物质在其他位置重新结晶沉积,形成小尺度地形起伏,换言而之,CMB处的小尺度粗糙度是地幔晶体溶解与再结晶过程之间动态平衡的结果。该过程可以类比晶体表面与饱和溶液或饱和蒸汽平衡时在晶体尺度上发生的情况:晶体颗粒不断溶解(升华)并沉积(凝华)在表面上,赋予其晶体颗粒尺度上的粗糙度。同时,该过程并不会引起CMB界面层的向上或向下移动,而是叠加在波长为数百至数千千米的大尺度地形上。

物理系统的建模涉及一定简化假设的使用,本文选用在计算机领域广泛应用的元胞自动机模型[16-18]。元胞自动机由一个离散的时空动态系统组成,该系统囊括了具有有限状态的元胞格网,根据离散动力学系统的变化规则来对应微观物理过程的抽象表示,既能达到宏观层面的可观察性,也能表征出经典连续方法无法实现的复杂性[19]。

本文使用的元胞自动机模型为:CMB的垂直剖面由二维正方形网格建模。每个元胞单元的尺寸d与下地幔的岩石晶粒相同,剖面网格的长度和高度分别为L和H。在每个历元,元胞只可能处于以下3种状态之一:[+],表示下地幔由氧元素和硅元素组成的岩石晶粒;[0],表示内核的液态铁合金,对于地幔的轻质元素饱和;[−],表示内核的液态铁合金,但对于地幔的轻质元素不饱和(以图1为例)。

对于选定的元胞单元使用$c_{i,j}$进行表示,其中元胞索引(i,j),$i\in[1,L]$,j∈[1,H],为了简化模型,不考虑大尺度规模的相互作用,只考虑具有公共边的相邻元胞之间的相互作用。相邻区域的元胞组记为$(c_{i,j},c_{i\pm1,j})$和$(c_{i,j},c_{i,j\pm1})$,根据这些元胞组可能产生的状态转变,允许对CMB处的物理过程进行相应的建模。



图1 元胞不同状态图

Fig. 1 Different Possible States of an Elementary Cell

整个演化过程是根据元胞组的各种可能状态之间的转化速率来描述的。假定从状态u到v的转变率为λ_u^v,在单位时间间隔dt中,处于状态u的一对相邻元胞组向状态v转变量为λ_u^vdt。同时,针对水平状态和垂直状态进行了区分,即由于重力作用,不同方向的扩散过程转化速率不同。针对每个时间步长中位于$i=1$、$i=L$、$j=1$、$j=H$的元胞,将其状态复制到对应的$i=0$、$i=L+1$、$j=0$、$j=H+1$元胞中来确定周期性边界条件。本文中描述的每一个物理演化过程都对应一对元胞状态的跃迁变化,考虑到元胞自动机的模型性质,并不能孤立地考虑给定元胞组集合之间的转化,实验的演化过程以及演化结果代表了大量元胞的平均值,在单个元胞组的尺度上是没有意义的[20]。

文献[9]根据实验室模拟实验与理论数据模型,研究了液态铁从流体外核渗透进下地幔的穿透层深度,并结合地幔物质的颗粒尺度,进行定量估计,计算公式为[9]:

$$h=\frac{2\gamma_L\cos\theta}{\delta\rho g} \tag{1}$$

式中,h表示渗透层厚度;γ_L表示液体的表面张力(液体与其气态之间的界面比能);θ表示晶体间隙中流体的渗透角度;ρ表示液体密度;g表示重力加速度;δ表示晶体颗粒之间的间隙。在实验室模拟的环境压力下,熔融温度的纯铁其表面张力$\gamma_L\approx1.8\ \mathrm{J/m^2}$,其数值与熔融温度成正比且会随着液态铁中氧活性($a_{ox}$)的增加而减少[21]。根据文献[9]的模拟条件,将表面张力设置为$\gamma_L=0.8\ \mathrm{J/m^2}$,其他分别设置为$\theta=0$、$\rho=10^4\ \mathrm{kg/m^3}$、$g=10\ \mathrm{m/s^2}$,代入式(1)可得[9]:

$$h=\frac{1.6\times10^{-5}}{\delta} \tag{2}$$

将下地幔物质晶体颗粒的尺寸设置为d,则晶体颗粒之间的间隙δ与晶体颗粒尺寸d的关系可表示为:

$$\Phi \approx \frac{6\delta}{d} \tag{3}$$

式中,Φ表示孔隙度,根据文献[9]的模拟条件,设置为$\Phi \approx 0.4\%$,同时晶体颗粒尺寸为$d=1\ \mathrm{cm}$,联立式(2)、式(3),计算得到$d=1\ \mathrm{cm}$,$\delta \approx 7\ \mu\mathrm{m}$,$h \approx 2\ \mathrm{m}$。

2　物理过程模拟

本文主要分析模拟的是CMB处溶解、结晶与扩散的物理演化过程,地球外核热的不饱和液态合金通过毛细作用向上迁移,在穿透和溶解硅酸盐岩石的晶粒边界时,外核的液态铁可以腐蚀上覆的地幔物质,使地幔晶体松动并溶解在流体中,饱和的液态流体经过扩散作用转移至其他位置后,地幔晶体物质在其他位置重新结晶沉积,形成小尺度的CMB粗糙度。下面将分别对溶解、结晶与扩散过程进行相应的模型解释。

2.1　溶解过程

地幔物质的颗粒结晶溶解于地球外核的不饱和流体之前,需要渗透进下地幔的硅酸盐矿物中,而与地幔物质结晶溶解的时间τ_d相比,渗透过程的特征时间τ_i可以忽略不计。文献[9]根据有关研究,对于一个尺寸为$d=1\ \mathrm{cm}$的地幔结晶微粒,计算得出$\tau_i \approx 2.3\times 10^6 d^2 \approx 250\ \mathrm{s}$,即少于$5\ \mathrm{min}$[9],$\tau_d$的计算公式为:

$$\tau_d = \frac{d^2 \rho_m}{2D(f_{\mathrm{sat}} - f_0)\rho_c} \tag{4}$$

式中,$\rho_m \approx 5\,000\ \mathrm{kg/m^3}$,为地幔物质的密度;$\rho_c \approx 10\,000\ \mathrm{kg/m^3}$,为地核流体的密度;$D$为地核流体中轻质元素的扩散系数;$f_0$为流体中轻质元素的质量分数,约为10%;$f_{\mathrm{sat}}$为流体中轻质元素饱和时的质量分数。根据文献[9]的研究成果,可以取$D \approx 3\times 10^{-9}\ \mathrm{m^2/s}$,$f_{\mathrm{sat}}$的值并不确定,但可以合理假设为$f_{\mathrm{sat}}=2f_0$,计算可得$\tau_i \approx 1\times 10^5\ \mathrm{s}$,大约是$28\ \mathrm{h}$[9],因此,本文将合理地忽略液态外核流体的渗透过程,仅考虑其溶解地幔物质结晶的物理过程。

假设1个地幔物质的结晶元胞可以使n个外核流体元胞从不饱和轻质元素的状态转变为饱和轻质元素的状态,则根据元胞状态符号溶解过程可以表示成如下两种类型的变化:

$$[+][-]\rightarrow[0][0] \tag{5}$$

迁移速率为λ_L。

$$[+][-]\rightarrow[+][0] \tag{6}$$

迁移速率为$(n-2)\lambda_L$。

2.2　结晶过程

与溶解过程相对应,平均而言,n个饱和轻质元素的外核流体元胞可以结晶沉积成1个地幔物质的颗粒结晶元胞,根据元胞状态符号结晶过程可以表示成如下两种类型的变化:

$$[0][+]\rightarrow[+][+] \tag{7}$$

迁移速率为λ_C。

$$[0][+]\rightarrow[-][+] \tag{8}$$

迁移速率为$(n-1)\lambda_C$。

考虑到简化模型,以及为了保持CMB界面的动力学平衡,认为$\lambda_C=\lambda_L$[14]。同时,λ_L的量级幅值可以通过$1/\tau_d$求得,即对于溶解过程与结晶过程而言,$\lambda_C=\lambda_L \approx 10^{-5}\ \mathrm{/s}$,其中$\tau_d$的参数值取决于$f_{\mathrm{sat}}-f_0$,由于$f_{\mathrm{sat}}$的值并不确定,本文会根据有关学者的研究结果,合理性地选取不同数值进行同步实验。

2.3　扩散过程

此处考虑的是轻质元素的饱和流体元胞扩散到不饱和流体元胞中。为了贴近实际情况,本次实验在平均扩散过程中加入重力的影响,重力使较轻的饱和液体向上漂浮,基于元胞状态符号水平方向上的扩散过程可以表示成如下两种类型的变化:

$$[0][-]\rightarrow[-][0]\text{或者}[-][0]\rightarrow[0][-] \tag{9}$$

迁移速率为λ_D。

对于向上垂直方向上的扩散过程:

$$\begin{matrix}[-] & \rightarrow & [0]\\ [0] & & [-]\end{matrix} \tag{10}$$

取迁移速率$\alpha\lambda_D$,其中α大于1。

对于向下垂直方向上的扩散过程:

$$\begin{matrix}[0] & \rightarrow & [-]\\ [-] & & [0]\end{matrix} \tag{11}$$

取迁移速率$\beta\lambda_D$,其中β小于1。

λ_D可以的估算公式为:

$$\lambda_D = \tau^{-1} = \frac{D}{d^2} \tag{12}$$

式中,τ是扩散的特征时间;D是轻质元素在流体地核中的扩散系数。取$D \approx 3\times 10^{-9}\ \mathrm{m^2/s}$,可以算出对于$d=1\ \mathrm{cm}$,$\lambda_D \approx 3\times 10^{-5}\ \mathrm{/s}$,与$\lambda_L$有相同的数量级,这是合理的,因为这两个常数都与扩散的特征时间成比例。

3　元胞自动机重构地形实验与结果

3.1　参数设置

综合前述内容中所提及的物理量以及有关

的研究成果[9,14,22],实验所需的模型参数值如下:

1)平均结晶1个地幔固体元胞所需的轻质元素饱和流体元胞数$n=3$;平均1个地幔物质的结晶元胞可以使$n=3$个外核流体元胞从不饱和轻质元素的状态转变为饱和轻质元素的状态;

2)模型尺寸为行数$R=500$,列数$L=500$;

3)模型基本元胞单元的尺寸大小d,与地幔物质颗粒的尺寸统一,取值定为$d=1\ \mathrm{cm}$;

4)外核的液态铁流体中轻质元素的扩散系数为D,取值为$D\approx 3\times 10^{-9}\ \mathrm{m^2/s}$;

5)结合式(12)、元胞尺寸d与扩散系数D,计算可得水平方向上扩散过程的迁移速率$\lambda_D\approx 3\times 10^{-5}/\mathrm{s}$;

6)溶解、结晶和扩散的变化速率分别为λ_L、λ_C、λ_D,等于相应过程的特征时间的倒数。λ_L、λ_C两个值假设相等,且取决于D以及地核中轻质元素的饱和浓度和实际浓度之间的差值$f_{\mathrm{sat}}-f_0$,实验选择了3种合理的情况:$f_{\mathrm{sat}}=2f_0$,则$\lambda_C=\lambda_L\approx 10^{-5}/\mathrm{s}$;$f_{\mathrm{sat}}=1.25f_0$,则$\lambda_C=\lambda_L\approx 0.25\times 10^{-5}/\mathrm{s}$;$f_{\mathrm{sat}}=3f_0$,则$\lambda_C=\lambda_L\approx 2\times 10^{-5}/\mathrm{s}$。

7)系数α和β体现了重力在垂直层面的影响。本文实验给定$\alpha=1.05$,$\beta=1/1.05$。

8)系统模拟的初始状态由被平坦边界分隔的地幔物质元胞[+]和轻质元素的非饱和元胞[-]组成。当然,这并不被认为代表任何物理现实,但可以方便地监测小规模粗糙度的出现和演变。

水平方向与垂直方向的元胞组转化情况汇总如表1和表2所示,其中,速率是指该单元格对应的行元胞组转化为列元胞组的转化速率。

表1 水平方向上的转化速率/$\mathrm{s^{-1}}$

Table 1 Transition Intensities in Horizontal Direction/$\mathrm{s^{-1}}$

λ_i^j	[+-]	[+0]	[-+]	[-0]	[0+]	[0-]
[++]	0	$\lambda_C=\lambda_L$	0	0	λ_C	0
[--]	0	0	0	0	0	0
[00]	λ_L	0	λ_L	0	0	0
[+-]	0	$(n-1)\lambda_C$	0	0	0	0
[+0]	$(n-2)\lambda_L$	0	0	0	0	0
[-+]	0	0	0	0	$(n-1)\lambda_C$	0
[-0]	0	0	0	0	0	λ_D
[0+]	0	0	$(n-2)\lambda_L$	0	0	0
[0-]	0	0	0	λ_D	0	0

3.2 实验结果

模拟实验中演化了5 000次变化过程,每次演化的间隔步长为$6.307\ 2\times 10^4$ s,同时累计演化的总时间为$3.153\ 6\times 10^{10}$ s,大约是1 000 a。图2显示了本文实验选择$f_{\mathrm{sat}}=2f_0$的情况下,演化到1 000 a的CMB剖面图。

表2 垂直方向上的转化速率/$\mathrm{s^{-1}}$

Table 2 Transition Intensities in Vertical Direction/$\mathrm{s^{-1}}$

λ_i^j	$\begin{bmatrix}+\\-\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}+\\0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-\\+\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-\\0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0\\+\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0\\-\end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix}+\\+\end{bmatrix}$	0	$\lambda_C=\lambda_L$	0	0	λ_C	0
$\begin{bmatrix}-\\-\end{bmatrix}$	0	0	0	0	0	0
$\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$	λ_L	0	λ_L	0	0	0
$\begin{bmatrix}+\\-\end{bmatrix}$	0	$(n-1)\lambda_C$	0	0	0	0
$\begin{bmatrix}+\\0\end{bmatrix}$	$(n-2)\lambda_L$	0	0	0	0	0
$\begin{bmatrix}-\\+\end{bmatrix}$	0	0	0	0	$(n-1)\lambda_C$	0
$\begin{bmatrix}-\\0\end{bmatrix}$	0	0	0	0	0	$\beta\lambda_D$
$\begin{bmatrix}0\\+\end{bmatrix}$	0	0	$(n-2)\lambda_L$	0	0	0
$\begin{bmatrix}0\\-\end{bmatrix}$	0	0	0	$\alpha\lambda_D$	0	0

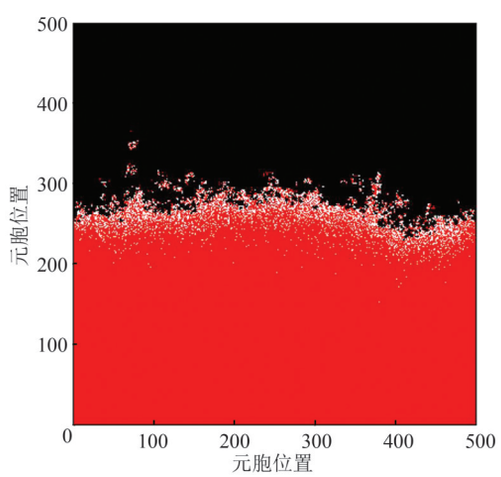


图2 小尺度CMB地形随时间演化剖面结果($f_{\mathrm{sat}}=2f_0$,$\lambda_C=\lambda_L\approx 1\times 10^{-5}/\mathrm{s}$,$t=1\ 000$ a)

Fig. 2 Evolution with Time of Small-Scale CMB Topography Profile Results ($f_{\mathrm{sat}}=2f_0$, $\lambda_C=\lambda_L\approx 1\times 10^{-5}/\mathrm{s}$, $t=1\ 000$ a)

为了表征边界层厚度,对其进行定量分析,引入以下变量:$h_s(i,t)$,在历元时间t,第i列元胞从顶部向下的第一个饱和流体元胞的深度;$h_l(i,t)$,在历元时间t,第i列元胞从顶部向下的最后一个饱和流体元胞的深度。那么对于历元时间t,饱和流体元胞的边界层平均厚度$\bar{h}(t)$为:

$$\bar{h}(t)=\bar{h}_l(t)-\bar{h}_s(t) \tag{13}$$

式中,$\bar{h}_s(t)$是固液界面(地幔固体颗粒与饱和流体元胞)的平均深度;$\bar{h}_l(t)$是饱和液体和不饱和液体界面的平均深度。

$$\bar{h}_s(t)=\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}h_s(i,t) \tag{14}$$

式中,L为模型列数。

$$\bar{h}_l(t)=\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}h_l(i,t) \tag{15}$$

分界面处很快出现饱和流体的边界层,在经过大约 5 a时间的演化过程后,边界层开始稳定下来,图 3 展示了实验选择的 3 种$f_{sat}-f_0$的情况下,边界层厚度随时间变化的情况。

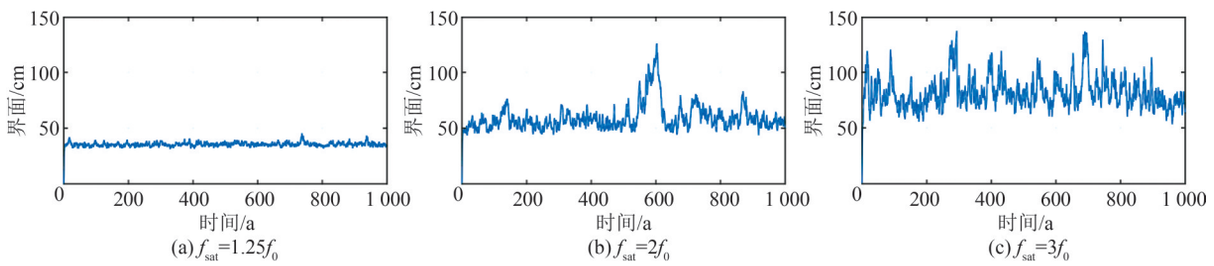


图 3　CMB 饱和流体边界层厚度随时间的变化情况

Fig. 3　Variation of CMB Saturated Fluid Boundary Layer Thickness with Time

3 种情况下,边界层厚度在达到相应的稳定值后便进入动态平衡的状态,在均值附近波动,并且均值随着f_{sat}的增加而增加,其中,$f_{sat}=2f_0$的情况下,在历元$t=600$ a附近出现了一个较为明显的波峰,图 4 展示了该历元时间及其历元附近的 CMB 剖面地形图。

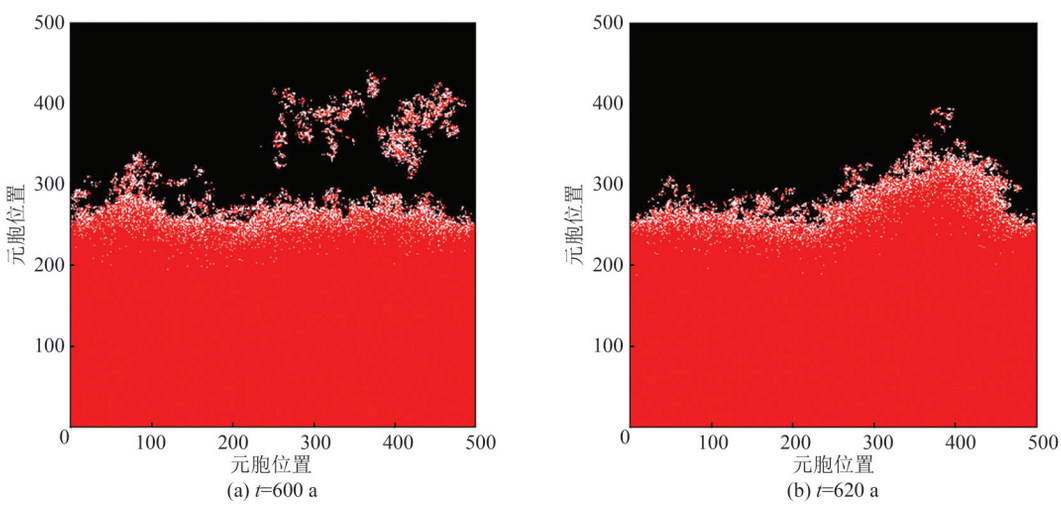


图 4　小尺度 CMB 地形演化剖面结果($f_{sat}=2f_0$,$\lambda_C=\lambda_L\approx1\times10^{-5}$/s)

Fig. 4　Evolution with Time of Small-Scale CMB Topography Profile Results ($f_{sat}=2f_0$, $\lambda_C=\lambda_L\approx1\times10^{-5}$/s)

结合图 4(a),本文认为出现边界层厚度变化出现波峰的原因是:在演化溶解-结晶过程中,有少许饱和流体裹挟着液态外核非饱和流体渗透到地幔中,尚未发生结晶过程转变成地幔固体颗粒,从而使计算得到的边界层厚度偏离动态平衡值,但结合图 3 的整体变化情况以及图 4(b)中$t=620$ a的情况可以看出,本文实验模型相较于已有的研究成果体现出自反馈调节的机制,当发生上述边界层厚度显著偏离动态平衡值的情况时,模型会及时进行调整,消除饱和流体裹挟非饱和流体无法结晶析出的问题,将边界层厚度保持在一个动态平衡的状态。

固液界面(上界面)和饱和/不饱和液体界面(下界面)的粗糙度特征分别由变量$R_u(t)$和$R_l(t)$表征[14],计算公式为:

$$R_u(t)=\sqrt{\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}[h_s(i,t)-\bar{h}_s(t)]^2} \tag{16}$$

$$R_l(t)=\sqrt{\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}[h_l(i,t)-\bar{h}_l(t)]^2} \tag{17}$$

图 5 中展示了上边界面(地幔与饱和流体边界层)粗糙度关于时间的变化情况,整体上看,3 种实验情况均表现出较为稳定的时间振荡,并且,粗糙度的数值大小与振荡程度均随着f_{sat}数值的增大而增大;其中,$f_{sat}=2f_0$的情况下,与边界

层厚度的情况相似存在反馈调节机制,在历元$t=600$ a附近出现了一个较为明显的波峰,之后快速回归稳态。图6展示了下边界面(饱和与非饱和流体边界层)粗糙度关于时间的变化情况,相较于上边界层,下边界层的整体振荡较小,变化情况更为稳定,且与上边界层相似,粗糙度的数值大小与振荡程度也均随着f_{sat}数值的增大而增大。

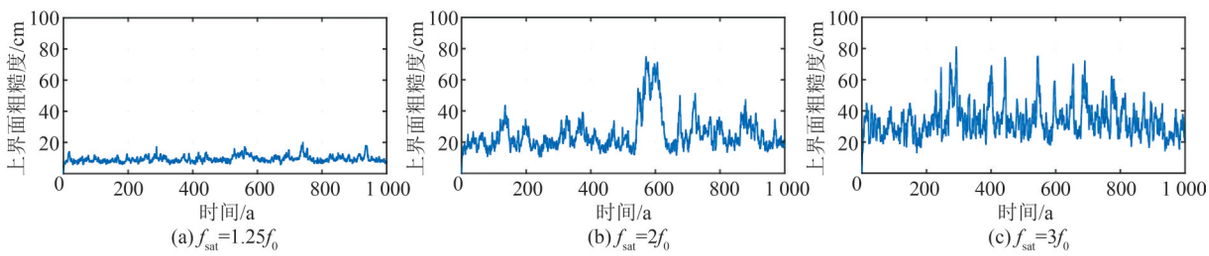


图5 地幔与饱和流体边界层粗糙度随时间的变化情况

Fig. 5 Variation of Mantle-Saturated Boundary Layer Thickness with Time

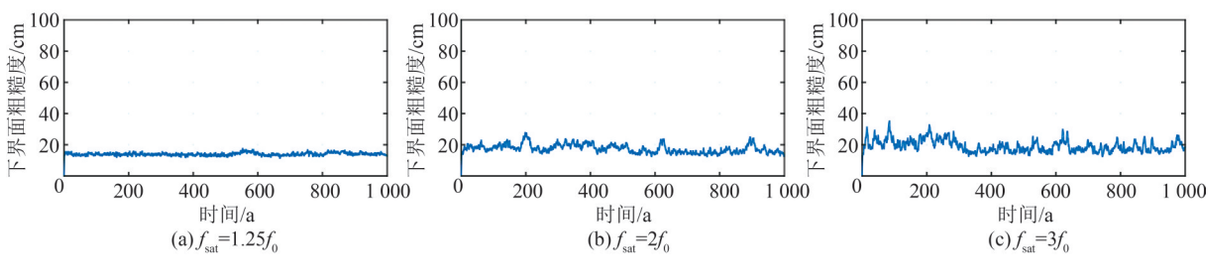


图6 饱和与非饱和流体边界层粗糙度随时间的变化情况

Fig. 6 Variation of Saturated-Unsaturated Core Boundary Layer Thickness with Time

分别计算出3种情况的渗透层厚度与上下层粗糙度的动态平衡值,实验数值结果汇总见表3(其中边界层厚度偏离动态平衡2倍中误差的历元情况已被剔除)。

表3 实验结果(已剔除偏离稳态2倍中误差的历元)/cm

Table 3 Experimental Results (Removed Twice the Mean Square Error)/cm

f_{sat}/f_0	渗透层厚度	上边界层粗糙度	下边界层粗糙度
1.25	35.266(±1.350)	9.106(±1.593)	13.905(±0.784)
2	57.122(±7.395)	22.963(±6.951)	17.168(±2.359)
3	79.986(±10.929)	32.032(±8.196)	18.680(±3.202)

由于固体地幔和饱和液核之间的上部界面是CMB发生溶解-结晶过程的主要场所,其物理演化过程较为活跃,因此能解释上部界面的粗糙度随时间变化的振荡幅度明显大于饱和液核与非饱和液核之间下部界面振荡幅度的现象。同时,当模型参数饱和轻质元素浓度f_{sat}与实际的轻质元素浓度f_0设置相差更大时($f_{sat}=3f_0$,$\lambda_L=\lambda_C\approx 2\times 10^{-5}$/s),溶解和结晶的动力学过程更快,边界层的厚度增加到约80 cm,并且随时间的振荡更加明显(图3(c))。上边界和下边界的粗糙度也有相似的特征:相较于$f_{sat}=2f_0$,振荡程度更加明显。相反,两者更接近时($f_{sat}=1.25f_0$),边界层更加薄,大约是35 cm,并且随时间的振荡不明显(图3(a)),粗糙度也具有较小且较稳定的数值。

文献[9]于模拟环境下的计算结果为2 m左右,稍大于本文演化的渗透层结果,可能由于下地幔处的物理演化过程较为活跃,而本文实验存在一定的模型简化,与实际情况有一定区别。同时,在本文实验的演化过程中,渗透层厚度受$f_{sat}-f_0$(即饱和轻质元素浓度和实际轻质元素浓度的差值)的影响较大。目前而言,$f_{sat}-f_0$数值的确定也存在一定难度,增加了演化过程的不确定性,不过本文实验演化结果相较于CMB的大尺度而言,与文献[9]的计算结果较为接近,仍存在一定的参考意义。

4 结 语

CMB并不是一个光滑的球面,其在各个尺度上都表现出不规则性,长波地形已有学者通过地震学的方法进行研究[23-24],本文主要分析模拟CMB处溶解、结晶与扩散的物理演化过程,试图在考虑不同物理演化机制的基础上,综合研究学者针对CMB处物理演化过程的各类参数计算结果,对CMB的小尺度粗糙度进行建模和描述,并

使用元胞自动机模拟了3种实验条件下($f_{sat}=1.25f_0$、$f_{sat}=2f_0$、$f_{sat}=3f_0$)饱和流体渗透层随时间的变化特征。

研究发现,CMB很快分化出饱和流体的边界层,并达到动态平衡的状态,在3种实验条件下,饱和流体边界层厚度均在均值附近呈现出较为稳定的波动。同时,随着f_{sat}取值的增加,溶解与结晶的动力学过程也更为活跃,对应的饱和流体边界层厚度与振荡程度也随之提高,其中,在$f_{sat}=2f_0$的实验条件下,出现一个较为明显的波峰,综合对应历元的模型结果,认为在演化溶解-结晶过程中,有少许饱和流体裹挟液态外核非饱和流体渗透到地幔中,尚未发生结晶过程转变成地幔固体颗粒,从而使计算得到的边界层厚度偏离动态平衡值。本文模型相较于已有的研究成果体现出反馈调节的机制,符合自然界广泛存在的负反馈机制,在较短的时间内,修正了饱和流体裹挟非饱和流体的影响,重新回归到动态平衡的状态,并未出现发散的现象。对于饱和流体边界层的上下界面而言,其粗糙度特征与边界层厚度类似,粗糙度的数值大小与振荡程度均随着f_{sat}数值的增大而增大。同时,由于饱和流体边界层的上界面是CMB发生溶解-结晶过程的主要场所,相较于更为稳定的下界面,其物理演化过程较为活跃,因此能解释相较于下边界粗糙度随f_{sat}数值的变化幅度,上边界的粗糙度数值受f_{sat}的影响更为明显,整体的振荡幅度也更大。将本文实验的演化结果与实验室模拟计算结果进行比较,发现演化结果略小于实验室的模拟计算结果,原因有二:(1)存在一定的模型简化,导致与实际情况存在一定区别;(2)饱和轻质元素质量分数f_{sat}的确定存在一定难度,增大了演化过程的不确定性。整体而言,本文实验结果与文献[9,14-15]的实验结果相符合。

综上所述,本文采用元胞自动机模型综合各类研究数据对CMB的溶解、结晶与扩散演化过程进行定量的物理建模,并设置3种实验条件,分别计算出CMB饱和流体层随时间变化的特征性质,目前而言该应用模型仍有较多的改善空间,但其为研究CMB的小尺度信息以及模拟其动力学演化过程提供了新的实验思路。

参 考 文 献

[1] 崔荣花, 方剑, 刘杰, 等. 利用低阶大地水准面异常反演大尺度核幔边界起伏[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(5): 658-663.
CUI Ronghua, FANG Jian, LIU Jie, et al. Using Lower Degrees of Geoid Anomalies to Invert Large Scale Undulations of Core-Mantle Boundary [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(5): 658-663.

[2] MORELLI A, DZIEWONSKI A M. Topography of the Core-Mantle Boundary and Lateral Homogeneity of the Liquid Core [J]. *Nature*, 1987, 325(6106): 678-683.

[3] 崔荣花, 方剑, 陈铭. 瞬态地幔对流引起的大尺度核幔边界起伏的数值模拟[J]. 大地测量与地球动力学, 2020, 40(3): 281-286.
CUI Ronghua, FANG Jian, CHEN Ming. Numerical Simulation of Large-Scale Core-Mantle Boundary Topography Relief Caused by Instantaneous Mantle Flow [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2020, 40(3): 281-286.

[4] 孙和平,刘清超,崔小明,等. 利用重力和VLBI技术检测地球液态核的动力学效应[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2018,43(12):2058-2063.
SUN Heping, LIU Qingchao, CUI Xiaoming, et al. Detection of the Geodynamics of Earth's Liquid Core by Using Gravity and VLBI Techniques [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(12): 2058-2063.

[5] 张志刚, 刘锦, 张毅刚, 等. 硅酸盐熔体和液态铁的两相模拟与核幔间的氧交换[J]. 地球物理学报, 2022, 65(11): 4249-4258.
ZHANG Zhigang, LIU Jin, ZHANG Yigang, et al. Coexistence Simulations of Silicate Melts and Liquid Iron and the Exchanges of Oxygen Between the Earth's Mantle and Core[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2022, 65(11): 4249-4258.

[6] LAY T, WILLIAMS Q, GARNERO E J. The Core-Mantle Boundary Layer and Deep Earth Dynamics[J]. *Nature*, 1998, 392(6675): 461-468.

[7] POIRIER J P. Transport Properties of Liquid Metals and Viscosity of the Earth's Core[J]. *Geophysical Journal International*, 1988, 92(1): 99-105.

[8] KNITTLE E, JEANLOZ R. Simulating the Core-Mantle Boundary: An Experimental Study of High-Pressure Reactions Between Silicates and Liquid Iron [J]. *Geophysical Research Letters*, 1989, 16(7): 609-612.

[9] POIRIER J P, LE MOUËL J L. Does Infiltration of Core Material into the Lower Mantle Affect the Observed Geomagnetic Field? [J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 1992, 73(1/2): 29-37.

[10] MANCINELLI N, SHEARER P. Scattered Energy from a Rough Core-Mantle Boundary Modeled by a Monte Carlo Seismic Particle Method: Application to PKKP Precursors[J]. *Geophysical Research Letters*, 2016, 43(15): 7963-7972.

[11] EARLE P S, SHEARER P M. Observations of*PK-KP*Precursors Used to Estimate Small-Scale Topography on the Core-Mantle Boundary[J]. *Science*, 1997, 277(5326): 667-670.

[12] Wu W , Ni S , Shen Z . Constraining the Short Scale Core-Mantle Boundary Topography Beneath Kenai Peninsula (Alaska) with Amplitudes of Core-reflected PcP Wave[J]. *Physics of the Earth & Planetary Interiors*, 2014, 236:60-68.

[13] ROST S, EARLE P S. Identifying Regions of Strong Scattering at the Core-Mantle Boundary from Analysis of PKKP Precursor Energy[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 2010, 297 (3/4): 616-626.

[14] NARTEAU C, LE MOUËL J L, POIRIER J P, et al. On a Small-Scale Roughness of the Core-Mantle Boundary[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 2001, 191(1/2): 49-60.

[15] MANDEA M, NARTEAU C, PANET I, et al. Gravimetric and Magnetic Anomalies Produced by Dissolution-Crystallization at the Core-Mantle Boundary[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2015, 120(9): 5983-6000.

[16] Lallemand P. Lattice-Gas Cellular Automata: Simple Models of Complex Hydrodynamics[J]. *Comparative Biochemistry & Physiology A Comparative Physiology*, 1997, 55(1):29. DOI:10.

[17] Gardener M. MATHEMATICAL GAMES: The Fantastic Combinations of John Conway's New Solitaire Game Life[J]. *Scientific American*, 1970, 223: 120-123.

[18] 张山山. 基于CA的时空过程模拟建模方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2004, 29(2): 175-178.
ZHANG Shanshan. CA-Based Modeling of Spatio-Temporal Processes Simulation[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2004, 29(2): 175-178.

[19] TUCKER G E, HOBLEY D E J, HUTTON E, et al. CellLab-CTS 2015: Continuous-Time Stochastic Cellular Automaton Modeling Using Landlab[J]. *Geoscientific Model Development*, 2016, 9(2): 823-839.

[20] CHEUNG D, PEREZ-DELGADO C A. Cellular Automata as a Model of Physical Systems[J]. *Journal of Cellular Automata*, 2008, 5(6):469-480.

[21] GUTHRIE R I L. The Physical Properties of Liquid Metals[M]. Oxford:Oxford University Press, 1988.

[22] HERNLUND J W,MCNAMARA A K. The Core - Mantle Boundary Region [M]//Treatise on Geophysics. Amsterdam: Elsevier, 2015: 461-519.

[23] GARNERO E J. Heterogeneity of the Lowermost Mantle[J]. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 2000, 28: 509-537.

[24] DOORNBOS D J, HILTON T. Models of the Core-Mantle Boundary and the Travel Times of Internally Reflected Core Phases[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1989, 94(B11): 15741-15751.